

**ПОЗНАВАТЕЛЬНЫЕ КОМПЕТЕНТНОСТНЫЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО  
ФОРМИРОВАНИЯ ПРЕДМЕТНО-ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ  
БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ**

*Работа представлена кафедрой алгебры и геометрии*

*Псковского государственного педагогического университета им. С. М. Кирова.*

*Научный руководитель – доктор педагогических наук, профессор Н. Л. Стефанова*

*В статье рассматривается проблема подготовки будущих учителей математики в процессе реализации компетентностного подхода. Уточняются понятия предметно-профессиональной компетентности и познавательных компетентностных задач, умение решать которые является*

показателем выделенной компетентности. Приводится пример одного из типов познавательных компетентностных задач.

**Ключевые слова:** предметно-профессиональная компетентность, познавательные компетентностные задачи, предметные компетентностные задачи, межпредметные компетентностные задачи, практические компетентностные задачи.

L. Pavlova

## COGNITIVE COMPETENCY PROBLEMS AS A WAY OF FORMING OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS' PROFESSIONAL SUBJECT COMPETENCE

*The problem of future mathematics teachers' training in the realisation of the competence approach is examined in the article. The notions of the professional subject competence and the cognitive competency problems are also specified. The ability to solve these problems is an indicator of the selected competence. The example of one of the categories of the cognitive competency problems is given in the article.*

**Key words:** professional subject competence, cognitive competency problems, subject competency problems, intersubject competency problems, applied competency problems.

Одной из ведущих задач процесса подготовки учителя математики средней школы является обеспечение условий для становления учителя – профессионала, способного решать многообразные задачи, связанные с обучением и воспитанием школьников.

Результат профессиональной подготовки, осуществляемой в логике модели развития, может быть с достаточной полнотой описан с помощью понятия «профессиональная компетентность».

Под профессиональной компетентностью учителя понимается «интегральная характеристика, определяющая способность специалиста решать профессиональные проблемы и типичные профессиональные задачи, возникающие в реальной профессиональной деятельности, с использованием знаний, профессионального и жизненного опыта, ценностей и наклонностей» [1, с. 8]. При этом профессиональные проблемы и типичные профессиональные задачи, успешное решение которых служит показателем профессиональной компетентности учителя, принято называть предметными компетентностными задачами.

Авторы статьи «Составляющие предметной компетентности учителя математики» выделяют три составляющие профессиональной компетентности учителя математики: предметную, общую психолого-педагогическую и методическую компетентности [3]. Пси-

холого-педагогическая компетентность, по их мнению, обеспечивает эффективность решения проблем общения учителя с учащимися, родителями, коллегами, воспитания и общего интеллектуального развития учащихся. Методическая компетентность отвечает за эффективное решение задач, связанных с реализацией процесса обучения математике. Предметная компетентность обеспечивает эффективное осуществление предметной (математической) деятельности, которая является содержательной основой профессиональной деятельности учителя математики как учителя-предметника.

Рассматривая профессиональную подготовку будущих учителей математики, необходимо исходить из современного понимания профессиональной компетентности учителя, которая вытекает из его профессионального мастерства и уверенного владения предметом. В связи с этим специальному исследованию может быть подвергнута *предметно-профессиональная компетентность*, которая находится на стыке предметной и методической компетентности.

На основе определения профессиональной компетентности учителя, приведенного в работе [1], под *предметно-профессиональной компетентностью учителя математики* мы будем понимать интегральную характеристику личности специалиста, выраженную

в практической готовности, основанной на использовании соответствующих знаний, к осуществлению профессиональной деятельности по обучению учащихся работе с математическим содержанием, в частности, решению математических задач.

Предметно-профессиональная компетентность учителя математики обеспечивает эффективное осуществление преподавательской деятельности, одной из важнейших составляющих которой, является собственно математическая деятельность учителя математики как учителя-предметника. При этом здесь речь идет о математической деятельности, которая осуществляется на предметном содержании школьного курса математики.

Мы считаем, что показателем предметно-профессиональной компетентности будущего учителя математики будет служить способность (умение) решать следующие профессиональные задачи:

1) понимать содержание математических понятий и утверждений, а также логическую структуру построения определений понятий и обоснований утверждений;

2) владеть способами получения математических понятий и утверждений, а также уметь обосновывать справедливости последних;

3) применять математические знания при решении математических задач и задач из других предметных областей;

4) организовывать процесс обучения в рамках компетентностного подхода;

5) мотивировать изучение предмета;

6) использовать информационные технологии при обучении;

7) обучать учащихся решать познавательные компетентностные задачи.

Среди профессиональных задач мы выделяем умение в рамках математики обучать учащихся решать познавательные компетентностные задачи, т. е. задачи, которые служат показателем учебно-познавательной компетентности школьников. Однако если учитель математики должен обучать учащихся решать компетентностные задачи, то и он сам должен уметь решать такие задачи, но его уровня, т. е. более сложные, чем те, которые будут предлагаться учащимся.

Под *познавательными компетентностными задачами*, рассматриваемыми при изучении математики, мы будем понимать задачи, целью решения которых является разрешение стандартной или нестандартной ситуации (предметной, межпредметной, практической) посредством нахождения соответствующего способа с обязательным использованием предметных (математических) знаний.

О. В. Харитоновна выделяет три типа познавательных компетентностных задач: предметные, межпредметные, практические [4].

1. *Предметные компетентностные задачи* – требуют установления и использования в решении широкого спектра связей математического содержания, изучаемого в разных разделах математики; могут состоять из нескольких более простых задач, решение которых известно учащимся; имеют проблемный характер и требуют применения знаний из разных разделов одной предметной области (математики).

Чтобы решить предметную компетентностную задачу, необходимо проанализировать условие задачи, определить лишние и недостающие данные, если необходимо сделать рисунок, выяснить, какие данные нужны для решения из других разделов математики, выбрать наиболее рациональный способ решения, решить задачу, сделать выводы.

2. *Межпредметные компетентностные задачи* – для решения нужно применять имеющиеся знания из других учебных предметов (физики, химии, биологии, географии и т. д.), требуется исследование условия или поиск недостающих данных, причем решение и ответ могут зависеть от результатов полученных данных при исследовании.

3. *Практические компетентностные задачи* – для решения нужно применять знания, связанные с жизненными ситуациями, с каким-либо видом деятельности, т. е. дополнительные не математические знания; данные в задаче, не должны быть оторваны от реальности (должны соответствовать действительности); полученный результат должен быть значим для учащихся.

Для решения межпредметных и практических компетентностных задач описанную

в условии проблему нужно «перевести» на математический язык, т. е. интерпретировать ее как задачу, которую уже возможно решить средствами математики и разработать соответствующую ей математическую модель. Затем решить ее, используя математические рассуждения и обобщения, и интерпретировать решение с учетом особенностей рассматриваемой ситуации. При этом понятно, что в ходе решения компетентностной задачи учащиеся будут решать и сугубо математическую задачу или задачи.

В содержание профессиональной подготовки будущих учителей математики необходимо включать задачи указанных трех типов. Сформулируем требования, которым должны удовлетворять эти задачи:

- 1) могут иметь несколько способов решения;
- 2) предполагают комплексное использование математических знаний из разных предметов или разделов, а также других предметных областей;
- 3) повышенный уровень сложности;
- 4) условия задач связаны с профессиональной деятельностью, с реальными жизненными ситуациями или другими сферами жизни (искусство, архитектура и т. д.);
- 5) строятся на математическом содержании, рассматриваемом в вузовском курсе элементарной математики и школьном курсе математики;

б) включают следующие типы задач: на обоснование возможного применения математических знаний в конкретной ситуации; на применение математических знаний в конкретной математической или нематематической ситуации; на построение математических объектов и ситуаций; на формулирование свойств конкретного объекта по заданным условиям; на оценку способа решения (правильно/неправильно, рационально/нерационально) и полученного результата (правдоподобность) [2, с. 35].

Заметим, что компетентностные задачи не обязательно должны удовлетворять всем вышеперечисленным требованиям одновременно, достаточно, чтобы они удовлетворяли хотя бы двум из них.

Приведем пример практической познавательной компетентностной задачи:

№ 1. Имеется бревно (рис. 1) длина которого 20 дм, а диаметры стипов 2 дм и 1 дм.

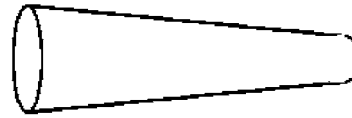


Рис. 1

Требуется вырубить из бревна брус с квадратными поперечными сечениями, ось которого совпадала бы с осью бревна так, чтобы количество отходов было наименьшим. Как это сделать? (Нематематическая ситуация)

Решение: С точки зрения математики, наименьшее количество отходов будет тогда, когда объем бруса, будет наибольшим. В связи с этим нужно найти объем бруса, т. е. объем прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием (оптимизируемая величина). Бревно приближенно имеет форму усеченного конуса. В осевом сечении усеченного конуса, которое одновременно является диагональным сечением прямоугольного параллелепипеда, получим (рис. 2.) равнобокую трапецию (осе-

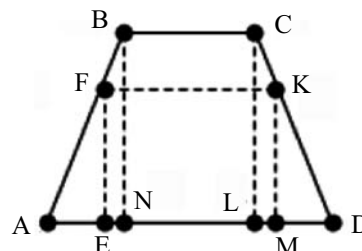


Рис. 2

вое сечение усеченного конуса), в которую вписан прямоугольник (диагональное сечение прямоугольного параллелепипеда).

Найдем объем  $V$  прямоугольного параллелепипеда. Обозначим буквой  $x$  высоту параллелепипеда, т. е. высоту прямоугольника в осевом сечении:  $KM = x$  и реальные границы изменения  $0 < x \leq 20$ . Отрезок  $FK$  представляет собой диагональ основания параллелепипеда.  $FK = EM = AD - 2MD = 2 - 2MD$ . Проведем  $CL \perp AD$ . Тогда  $LD = AN = AD - AL = 1 - 0,5 = 0,5$  (дм).

Из подобия треугольников  $KMD$  и  $CLD \Rightarrow \frac{KM}{CL} = \frac{MD}{LD}$ , т. к.  $\frac{x}{20} = \frac{MD}{0,5x} \Rightarrow MD = \frac{x}{40}$  и значит  $FK = 2 - 2MD = 2 - \frac{x}{20}$ .

Площадь квадрата, служащего основанием прямоугольного параллелепипеда находим по формуле  $\frac{1}{2}d^2$ , где  $d$  – диагональ основания, т. е.  $d = FK$ . Значит  $S_{\text{осн.}} = \frac{1}{2}(2 - \frac{x}{20})^2$ , т. к. высота параллелепипеда равна  $x$ , то  $V = \frac{1}{2}(2 - \frac{x}{20})^2 \cdot x$ .

Рассмотрим функцию  $V(x)$  и найдем для нее наибольшее значение на промежутке  $(0, 20]$ .

$$V' = \frac{1}{2}(2 - \frac{x}{20})(-\frac{1}{20})x + \frac{1}{2}(2 - \frac{x}{20})^2 =$$

$$= \frac{1}{2}(2 - \frac{x}{20})(1 - \frac{3x}{40})$$

$V'(x) = 0$  при  $x = 40$  или при  $x = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$ , но  $x = 40$  не принадлежит промежутку  $(0, 20]$ .

Сравним между собой значения функции  $V(x)$

в точках  $x = \frac{40}{3}$  ( $V(\frac{40}{3}) = \frac{320}{27}$ ) и  $x = 20$  ( $V(20) = 10$ ) и найдем  $\lim_{x \rightarrow 0} V(x) = 0$ . Получили, что наибольшее значение функции является  $\frac{320}{27}$ .

Интерпретируем полученный результат: чтобы вырубить из бревна брус наибольшего объема, нужно удалить верхнюю (более тонкую) часть бревна так, чтобы осталось бревно высотой  $13\frac{1}{3}$  дм ( $\approx 133$  см), а затем из полу-

ченного бревна вырубить брус с квадратным поперечным сечением (это сечение определяет квадрат, вписанный в верхнее основание бревна высотой  $13\frac{1}{3}$  дм).

Для этого нужно определить и провести диаметр верхнего спила бревна, затем диаметр нижнего спила. На диаметре нижнего спила отсечь от центра радиусы, равные радиусам верхнего спила, начертить квадрат, для которого полученный отрезок (удвоенный радиус верхнего спила) будет являться диагональю. В верхний спил вписать квадрат. Затем с помощью специальной распилочной машины выпилить брус по сделанной разметке.

Как видно из приведенного решения, работа с такой задачей потребует от студентов построения способа разрешения предложенной ситуации с использованием различных математических знаний (геометрических и элементов математического анализа). При этом нужно соотнести полученный математический результат с теми практическими действиями, которые выполняются в реальной практике. Кроме того, студенты в ходе решения приходят к новому познавательному результату о связи осевого сечения усеченного конуса и диагонального сечения прямоугольного параллелепипеда. Он может применяться при решении аналогичных задач.

В данной статье мы остановились на решении одного из типов компетентностных задач. На самом деле формирование предметно-профессиональной компетентности современного учителя математики требует скрупулезной работы, связанной с решением и анализом и других типов таких задач.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Компетентностный подход в педагогическом образовании: коллективная монография / под ред. проф. В. А. Козырева, проф. Н. Ф. Радионовой и проф. А. П. Тряпициной. СПб.: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2005. 392 с.
2. Пономарчук О. С. Предметно-профессиональные задачи как составляющие предметной компетентности учителя математики // Проблемы теории и практики обучения математике: сборник научных работ, представленных на международную научную конференцию «59 Герценовские чтения» / под ред. В. В. Орлова. СПб.: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2006. 281с.

## ПЕДАГОГИКА

---

3. *Стефанова Н. Л., Понамарчук О. С.* Составляющие предметной компетентности учителя математики // Академические чтения. СПб.: Издательство СПбГИПСР, 2005. Вып. 6: Компетентностный подход в современном образовании. С. 175—177.

4. *Харитоновна О. В.* Развитие учебно-познавательной компетентности старшеклассников на уроках геометрии: дис. ... канд. пед. наук. СПб., 2006. 167 с.

### REFERENCES

1. *Kompetentnostny podkhod v pedagogicheskom obrazovanii: kollektivnaya monografiya / pod red. prof. V. A. Kozyreva, prof. N. F. Radionovoy i prof. A. P. Tryapitsinoy.* SPb.: Izd-vo RGPU im. A. I. Gertsena, 2005. 392 s.

2. *Ponomarchuk O. S.* Predmetno-professional'nye zadachi kak sostavlyayushchiye predmetnoy kompetentnosti uchitelya matematiki // Problemy teorii i praktiki obucheniya matematike: sbornik nauchnykh rabot, predstavlenykh na mezhdunarodnuyu nauchnyuyu konferentsiyu «59 Gertsenovskiyechteniya» / pod red. V. V. Orlova. SPb.: Izd-vo RGPU im. A. I. Gertsena, 2006. 281s.

3. *Stefanova N. L., Ponomarchuk O. S.* Sostavlyayushchiye predmetnoy kompetentnosti uchitelya matematiki // Akademicheskiye chteniya. SPb.: Izdatel'stvo SPbGIPSR, 2005. Vyp. 6: Kompetentnostny podkhod v sovremennom obrazovanii. S. 175—177.

4. *Kharitonova O. V.* Razvitiye uchebno-poznavatel'noy kompetentnosti starsheklassnikov na urokakh geometrii: dis. ... kand. ped. nauk. SPb., 2006. 167 s.